

フィレットを有する平板試験片の引張りによる応力集中*

野田 尚昭^{*1}, 佐伯 高秀^{*2}, 西谷 弘信^{*3}

Stress Concentration of Fillets in a Flat Test Specimen under Tension

Nao-Aki NODA, Takahide SAEKI, and Hironobu NISITANI

This paper deals with the stress concentration analyses for fillets in a semi-infinite plate, in a stepped flat bar and in a flat test specimen under tension. The stress field induced by a point force in a semi-infinite plate is used as a fundamental solution to solve those problems. The stress concentration factors are systematically calculated under various geometrical conditions. Through the comparison of the present results with the previous research works, it is found that the Peterson's stress concentration chart based on photoelastic tests gives underestimated stress concentration factors by about 10 %. The stress concentration factors of a stepped flat bar with fillets are found to be almost determined by the results of shoulder fillets in a semi-infinite plate.

Key Words: Elasticity, Body Force Method, Stress Concentration, Fillet, Stepped Flat Bar, Test Specimen, Tension

1. 緒 言

フィレットを有する板の応力集中の研究は、現在の軽量かつ強度を追求する構造物の設計にとって、重要なものの一つであると言える。設計の合理化という点で、強度上あらゆる要素を詳細に検討することが行われるようになり、その重要な要素として、応力集中がどのような形状でどのような場所にどのように生じているのか、ということを知ることが必要である。また、この問題は強度研究用の試験片(図1)においても重要である。これまで Frocht⁽¹⁾, Fessler⁽²⁾, Wilson⁽³⁾らの光弾性実験によって応力集中係数を測定した研究や Marsden ら⁽⁴⁾の有限要素法による研究がある。応力集中係数のハンドブック⁽⁵⁾⁽⁶⁾には、これら光弾性実験の結果をもとに作製された線図が用いられているが、これまで精度について詳しい検討はあまりなされていない。

本論文では、フィレットを有する段付板の引張りに

おける応力集中問題を中心に考察する。計算には、半無限板問題のグリーン関数(半無限板の一点に集中力が作用する時、任意の点に生じる応力の式⁽⁸⁾)を基礎式とする体積力法を用いた。この方法によれば、高精度の応力集中係数をフィレットの形状寸法を系統的に変化させて計算する際に便利である。

2. 解析方法の概略

体積力法により帯板の問題を解析する場合、閉じた

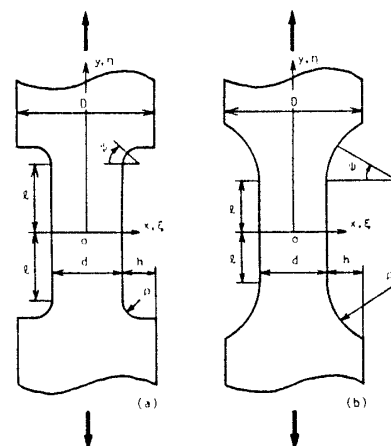


図1 フィレットを有する平板試験片の引張り

* 昭和63年10月18日 第66期全国大会講演会において講演、原稿受付 昭和63年3月28日。

^{*1} 正員、九州工業大学工学部(〒804 北九州市戸畑区仙水町1-1)。

^{*2} 准員、マツダ(株)(〒735 広島市外府中町新町3-1)。

^{*3} 正員、九州大学工学部(〒812 福岡市東区箱崎6-10-1)。

形で与えられている半無限板問題のグリーン関数を基本解として解析することが精度向上と計算時間の節約に有利である。この方法により既に両側または片側に切欠きを有する帯板の引張り⁽⁸⁾⁽⁹⁾および面内曲げ⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾ならびに面外曲げ⁽¹¹⁾の問題が解かれている。

図2は、本解析方法の考え方を示した図である。図2(b)、(c)に示すように板のショルダー部となるべき境界 $x = \pm D/2$ をそれぞれ自由表面とする2枚の半無限板(b)、(c)を考える。半無限板の一点に集中力が作用するときの任意の点における応力の式(半無限板問題のグリーン関数)は閉じた形で与えられる⁽⁸⁾。そこでこの解を利用して、 $\xi < 0$ の範囲の境界条件を満足させるための基本解としては、図2(b)の半無限板のグリーン関数を用いる。逆に $\xi > 0$ の範囲の境界条件は図2(c)の半無限板のグリーン関数を用いて満足させる。すなわち解法は、図2(b)、(c)の半無限板において連続的に作用させるべき基本解の強さ、つまり体積力および表面力の密度を決定する問題に還元される。

3. 数値計算の具体的方法

図1に示すように x, y 座標をとると、本問題において満足すべき境界条件は次のように表される。

(A) シャンク部(板幅の小さい部分): $x = \pm d/2$
 $|y| \leq l$

$$\sigma_x = \tau_{xy} = 0$$

(B) 半径 ρ の円弧からなるフィレット部
 $\sigma_n = \tau_{nt} = 0$ (n は境界の外向き法線,
 t は接線方向)

(C) 段の直線部: $d/2 + \rho \leq |x| \leq D/2$
 $y = \pm(l + \rho)$
 $\sigma_y = \tau_{xy} = 0$

(D) ショルダー部(板幅の大きい部分)
 $x = \pm D/2$

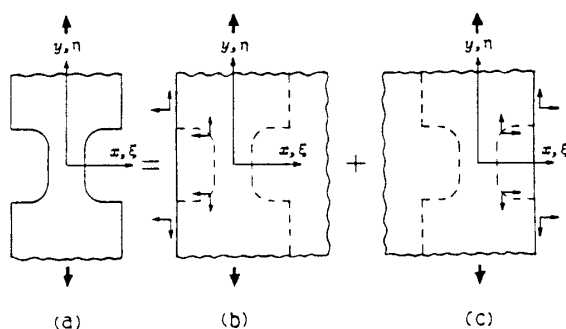


図2 フィレットを有する平板試験片の解析方法

$$\begin{cases} |y| \geq l + \rho & \text{[図1(a)の場合]} \\ |y| \geq l + \sqrt{2\rho h - h^2} & \text{[図1(b)の場合]} \end{cases}$$

$$\sigma_x = \tau_{xy} = 0$$

.....(1)

ここで、 σ_n, τ_{nt} はフィレット部に生じる法線方向の垂直応力とせん断応力で次式で表される。

$$\begin{aligned} \sigma_n &= \sigma_x \cos^2 \phi + \sigma_y \sin^2 \phi - 2\tau_{xy} \sin \phi \cos \phi \\ \tau_{nt} &= (\sigma_x - \sigma_y) \sin \phi \cos \phi \\ &\quad + \tau_{xy}(\sin^2 \phi - \cos^2 \phi) \end{aligned}$$

.....(2)

境界条件(A)~(D)を厳密に満足させる体積力および表面力の密度は閉じた形では求まらぬので、仮想境界を分割して、分割した各区間の midpoint で境界条件を満足するように各区間に分布させる密度を決定する。各分割区間で密度は一定と仮定した。分布させるべき密度が求まれば、任意の点における応力は、分布させたすべての体積力および表面力の効果を積分することによって求めることができる。

本問題では、フィレット部における接線方向の垂直応力〔式(3)〕が、ある角度 ϕ_0 で最大応力 $\sigma_{t \max}$ となる。

$$\sigma_t = \sigma_x \sin^2 \phi + \sigma_y \cos^2 \phi + 2\tau_{xy} \sin \phi \cos \phi$$

.....(3)

$\sigma_{t \max}$ の生じる位置 ϕ_0 は、フィレットと板の形状寸法により変化し、あらかじめ知ることができない。そこで本解析では、フィレット部を最大 90 分割程度まで分割して、各分割区間の midpoint (境界条件を満足させた点) において σ_t を計算し、 $\sigma_{t \max}$ を求めた。最終的な数値は、有限の分割数によって得られる結果から分割数が無限大の場合を外そうすることによって得た。

4. 計算結果および考察

4.1 フィレットを有する半無限板の引張り(図1で $D \rightarrow \infty$ の場合) 表1はフィレットを有する半無限板の引張問題で、段の形状比 h/ρ を一定にして l を変化させた場合の応力集中係数 K_t の変化を示したものである。この結果を線図にしたものを図3に示す。 $l \rightarrow 0$ のとき K_t は U 形切欠きの $K_t^{(7)}$ に無理なく一致する。

4.2 フィレットを有する段付板の引張り(図1で $l \rightarrow \infty$ の場合) 本論文における応力集中係数 K_t は、フィレット部に生じる接線方向の最大応力 $\sigma_{t \max}$ を最小断面部の公称応力 σ_n で割ったものである。

$$K_t = \frac{\sigma_{t \max}}{\sigma_n}, \sigma_n = \frac{P}{d} \text{(4)}$$

ここで P は板に作用する引張力である。

図4は $h=\rho$ のフィレットを有する段付板の引張問題で、 $2h/D$ を変化させた場合の応力集中係数の変化を示したものである。Frocht⁽¹⁾の光弾性による実験結果およびそれらを基に作製されたPeterson⁽⁹⁾の応力集中係数線図から読取った値を比較のためのせている。FrochtおよびPetersonの結果には、この場合最大で10%程度の危険側の誤差があることがわかる。

表2はフィレットを有する段付板の引張問題で、段の形状比 h/ρ を一定にして段の相対深さ $\lambda=2h/D$ を変化させた場合の応力集中係数の変化を示したものである。図5は結果を縦軸に応力集中係数 K_t 、横軸に λ をとって整理した図である。また、図6は表2の応力集中係数の相対値 K_t/K_{t0} [K_{t0} は $\lambda \rightarrow 0$ における K_t]を縦軸にとり、横軸に λ をとって図示したものである。表2および図5からわかるように、本計算結果は、 $\lambda \rightarrow 0$ に従って同一形状のフィレットを有する半無限板問題の解 K_{t0} に、 $\lambda \rightarrow 1$ に従って $K_t=1$ に無理なく一

致している。また、表2および図6を見ると、 K_t/K_{t0} は、 $h/\rho \geq 0.5$ で $\lambda \leq 0.5$ の範囲で h/ρ によらずほぼ1のみによって決まることがわかる。

4.3 フィレットを有する平板試験片の引張り (図1) 表3は図1で $l=4\rho$ の場合について計算した応力集中係数を $l=\infty$ の場合(表3の()の値)と比較して示したものである。表3よりほとんどの場合において両者はほぼ一致していることがわかる。このことから、一般に用いられている図1に示すような引張試験片($l \geq 4\rho$)において、その応力集中係数は h/ρ が大きく λ が小さい場合を除き、 $l=\infty$ として評価してよいと考えられる。

表1 フィレットを有する半無限板の応力集中係数 K_t

h/ρ	0.5	1	2	4	8
$\rho/(l+\rho)$					
0.0($l=\infty$)	1.824	2.164	2.640	3.304	4.23
0.2($l=4\rho$)	1.879	2.278	2.869	3.748	5.05
0.4($l=1.5\rho$)	1.959	2.384	3.047	4.032	5.48
0.6($l=2\rho/3$)	2.015	2.504	3.232	4.305	5.86
0.8($l=\rho/4$)	2.119	2.668	3.464	4.628	6.30
1.0($l=0$)	2.424	3.065	3.997	5.344	7.284

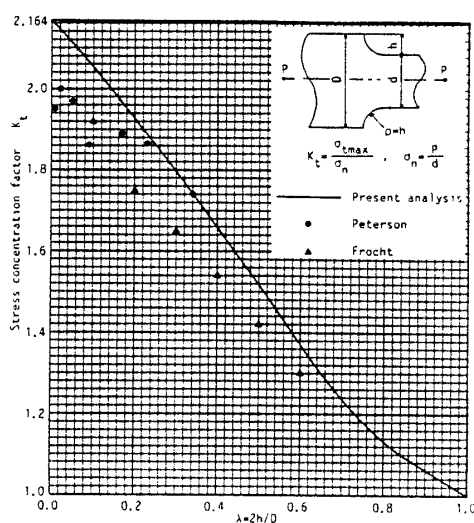
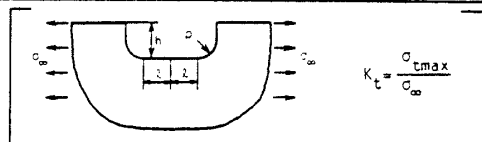


図4 フィレットを有する段付板の応力集中係数($\rho=h$)

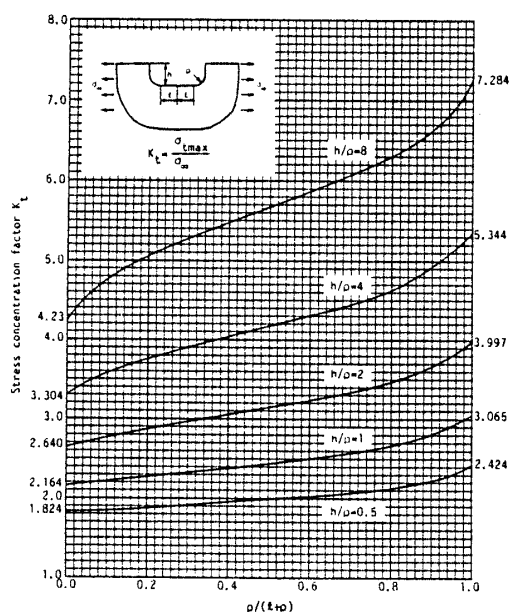


図3 フィレットを有する半無限板の応力集中係数 K_t

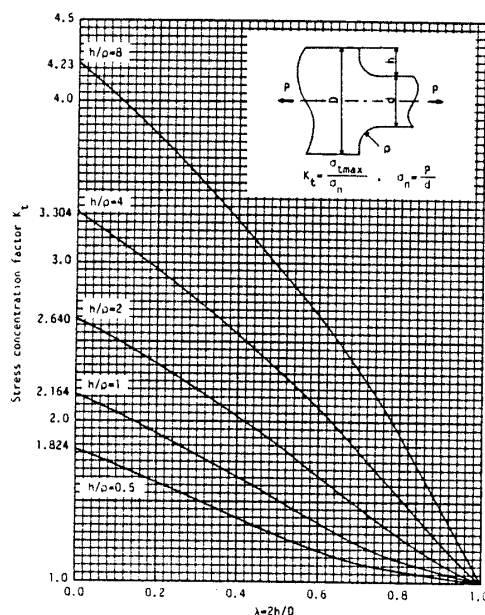
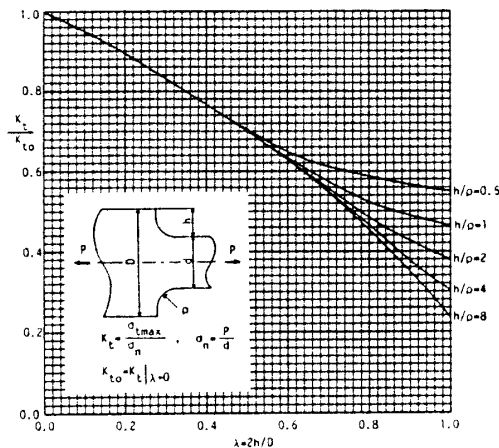
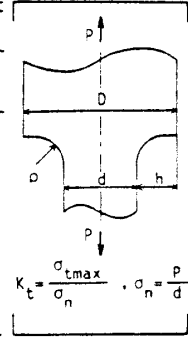


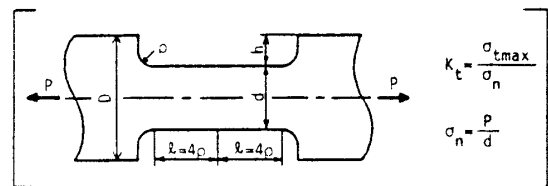
図5 フィレットを有する段付板の応力集中係数 K_t

表 2 フィレットを有する段付板 (図 1 で $l=\infty$ の場合) の引張りにおける応力集中係数

$\frac{h}{\rho}$ $\lambda=2h/D$	K_t					$K_t/K_{t0} \lambda \rightarrow 0$				
	0.5	1	2	4	8	0.5	1	2	4	8
0.0	1.824	2.164	2.640	3.304	4.23	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.1	1.727	2.050	2.504	3.136	4.01	0.947	0.947	0.948	0.949	0.948
0.2	1.621	1.927	2.356	2.953	3.78	0.889	0.890	0.892	0.893	0.894
0.3	1.510	1.796	2.197	2.756	3.53	0.828	0.830	0.832	0.834	0.835
0.4	1.396	1.657	2.028	2.546	3.26	0.765	0.766	0.768	0.770	0.771
0.5	1.286	1.514	1.849	2.321	2.97	0.705	0.700	0.700	0.702	0.702
0.6	1.188	1.371	1.661	2.079	2.67	0.651	0.634	0.629	0.629	0.631
0.7	1.116	1.237	1.465	1.818	2.32	0.612	0.572	0.555	0.550	0.548
0.8	1.070	1.134	1.281	1.532	1.93	0.587	0.524	0.484	0.464	0.456
0.9	1.028	1.061	1.110	1.238	1.47	0.564	0.490	0.420	0.375	0.348
1.0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.00	0.548	0.462	0.379	0.303	0.236

図 6 フィレットを有する段付板の引張りにおける K_t/K_{t0} と λ の関係表 3 フィレットを有する平板試験片 ($l=4\rho$ の場合) の引張りにおける応力集中係数 K_t
[() は $l=\infty$ の場合の K_t]

$\frac{h}{\rho}$ $\lambda=2h/D$	0.5	1	2
0.0	1.879 (1.824)	2.278 (2.164)	2.869 (2.540)
0.1	1.724 (1.727)	2.054 (2.050)	2.571 (2.504)
0.2	1.622 (1.621)	1.923 (1.927)	2.355 (2.356)
0.3	1.511 (1.510)	1.796 (1.796)	2.188 (2.197)
0.4	1.397 (1.396)	1.658 (1.657)	2.028 (2.028)
0.5	1.287 (1.286)	1.515 (1.514)	1.850 (1.849)
0.6	1.189 (1.188)	1.371 (1.371)	1.661 (1.661)
0.7	1.117 (1.116)	1.238 (1.237)	1.465 (1.465)
0.8	1.072 (1.070)	1.134 (1.134)	1.282 (1.281)
0.9	1.029 (1.028)	1.061 (1.061)	1.110 (1.110)
1.0	1.000	1.000	1.000



5. 結 言

本論文ではフィレットを有する半無限板, 段付板および平板試験片の引張問題を体積法による解析により考察した. 得られた結果を表と線図にまとめたほか, 次のことが明らかになった.

(1) 段付板と半無限板における同一形状比 h/ρ のフィレットに対する応力集中係数の相対値 K_t/K_{t0} は, $h/\rho \geq 0.5, \lambda = 2h/D \leq 0.5$ の範囲でほぼ λ のみによって決まる (図 6).

(2) フィレットを有する平板試験片 (図 1, $l \geq 4\rho$) において, その応力集中係数は, h/ρ が大きく λ が小さい場合を除き, 段付板の応力集中係数 ($l=\infty$ の場合) として評価してよい.

(3) フィレットを有する段付板の応力集中係数を, Peterson の応力集中係数線図⁽⁵⁾を用いて求める場

合, 10% 程度の危険側の誤差を含む場合がある.

文 献

- (1) Frocht, M. M., *Trans. ASME*, 57 (1935), A 67.
- (2) Fessler, H., ほか 2 名, *J. Strain Anal.*, 4-3 (1969), 169.
- (3) Wilson, I. H. and White, D. J., *J. Strain Anal.*, 8-1 (1973), 43.
- (4) Marsden, B. J. and Blakmore, R. H., *J. Strain Anal.*, 16-4 (1981), 227.
- (5) Peterson, R. E., *Stress Concentration Factors*, (1974), 89, John Wiley & Sons.
- (6) 西田, 応力集中, (昭 48), 632, 森北出版.
- (7) Nisitani, H. (Sih, G. C. 編), *Mechanics of Fracture*, 5 (1978), 1, Noordhoff Int. Pub.
- (8) 西谷・ほか 3 名, 機論, 51-467, A (昭 60), 1804.
- (9) 野田・ほか 3 名, 機論, 52-467, A (昭 61), 1066.
- (10) 野田・ほか 2 名, 機論, 51-465, A (昭 60), 1467.
- (11) 野田・ほか 2 名, 機論, 54-499, A (昭 63), 518.